الفصل الأول

معادلات ماكسويل Maxwell Equations

1-1 مقدمـــة

تكون المجالات الكهربائية والمغناطيسية فى الحالة الإستاتيكية مستقلا بعضها عن البعض ولكن عند تغير أي منها مع الزمن varying of time وهي الحالة الديناميكية فمثلا عند تغير المجال الكهربائى فسيقابله تغير فى المجال المغناطيسى ومن هنا تبدأ الظاهرة الكهرومغناطيسية وهى العلاقة الحميمة التى أودعها الخالق سبحانه وتعالى فى هذه المجالات والتى أوصلتنا إلى هذا التقدم المتسارع فى مجال الإتصالات .

المجالات الكهربائية الإستاتيكية تكون نتيجة للشحنات الكهربائية الإستاتيكية , بينما المجالات المغناطيسية الإستاتيكية تكون نتيجة لحركة الشحنات الكهربائية بسرعة منتظمة (التيار المستمر) أو الشحنات المغناطيسية الإستاتيكية (الأقطاب المغناطيسة magnetic poles) , وفى حالة تغير هذه المجالات مع الزمن أو الموجات تكون عادة نتيجة للشحنات المتسارعة أو التيارات المتغيرة مع الزمن وتأخذ أشكالا متعددة مثل الشكل الموجى على هيئة جيب التمام والجيب sinusoidal اوالمستطيل rectangular أو المثلث triangular .

ولدراسة المجالات المتغيرة مع الزمن تنطلق أسس الدراسة من مبدأين هما :-

1- القوة الدافعة الكهربائية electromotive force (e.m.f وتم التحصل عليها من تجارب فاراداى
2- تيار الإزاحة displacement current وتم الحصول عليه من خلال فروض ماكسويل , ومن هذين المبدأين تم تعديل معادلات ماكسويل لتشمل المجالات المتغيرة مع الزمن.

1-2 قانون فارادي Faraday Law

نتيجة لتجارب فارادى فإن المجال المغناطيسى الإستاتيكى لا ينتج عنه أي تيار , ولكن عندما يتغير مع الزمن ينتج عنه جهد كهربائى مستحث induced voltage تسمى القوة الدافعة الكهربائية emf فى دائرة مغلقة وتكون سببا لإنسياب التيار, وهذا ما يسمى بقانون فاراداى .

$$V = -N\frac{d_{\varphi}}{dt} \quad (1-1)$$

حيث V الجهد الكهربائى المستحث الناتج عن تغير المجال المغناطيسى مع الزمن , φ الفيض المغناطيسى خلال الدائرة فى كل لفة , N عدد اللفات . أما الإشارة السالبة لتوضيح أن الجهد المستحث يكون عكس إتجاه الفيض الذى أنتجه وهذه تعرف بقاعدة لنز Lenz Law

1-3 المحول والقوة الدافعة الكهربائية المتحركة

يتغير الفيض المغناطيسى مع الزمن لثلاثة أسباب :-

1- وجود حلقة loop ساكنة فى مجال مغناطيسى متغير
2- وجود حلقة متحركة مع مجال ساكن
3- كل من الحلقة والمجال يتغيران مع الزمن

الفيض المغناطيسى φ هو التكامل السطحى للمجال المغناطيسى بالنسبة لسطح الدائرة المحصورة بالسطح المغلق $\oint B.dS$. حيث B يرمز للمجال المغناطيسى وحدته web/m^2 =Tesla أما dS فهو عنصر مساحة السطح الذى يتم عليه التكامل , فى نفس الوقت الجهد المستحث V_{emf} هو التكامل الخطى للمسار المغلق $\oint E.d\ell$ حيث E المجال الكهربائى وحدته V/m أما $d\ell$ العنصر الخطى فى مسار الدائرى الذى تم عليه التكامل ومن هنا يمكن تنظيم معادلة (1-1) :-

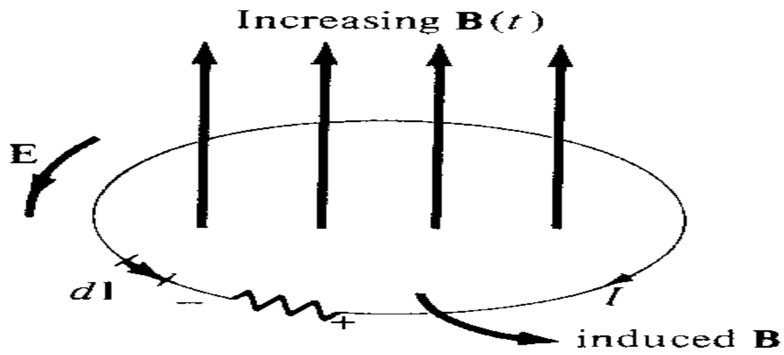
$$\oint E.d\ell = -\frac{d}{dt}\oint B.dS \quad (2-1)$$

المعادلة (2-1) توضح فى حالة تغير المجالين مع الزمن يتواجد كل منهما بعلاقة متبادلة

1-4 حلقة ثابتة فى مجال مغناطيسى متغير

هذه القوة الدافعة الكهربائية التى تستحث بتغيير التيار مع الزمن فى حلقة ثابتة غالبا ما تسمى فى تحليل القدرة بالقوة الدافعة للمحول حيث أنها عمل المحول . بتطبيق نظرية ستوك Stock Law (راجع كهرو1) وبتساوى التكاملين فى (2-1) نحصل على معادلة ماكسويل للمجالات المتغيرة مع الزمن:-

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (3-1)$$



1-5 حلقة متحركة فى مجال ســــــــــاكن

تنتج قوة دافعة مستحثة عندما تتحرك حلقة فى مجال مغناطيسى ساكن B . من مقرر الفيزياء عرفنا أن القوة المؤثرة على شحنة Q تتحرك بسرعة v فى مجال مغناطيسى B ينتج عنها مجال كهربائي متحرك

$$E = \frac{F}{Q} = v \times B \qquad `(4-1)$$

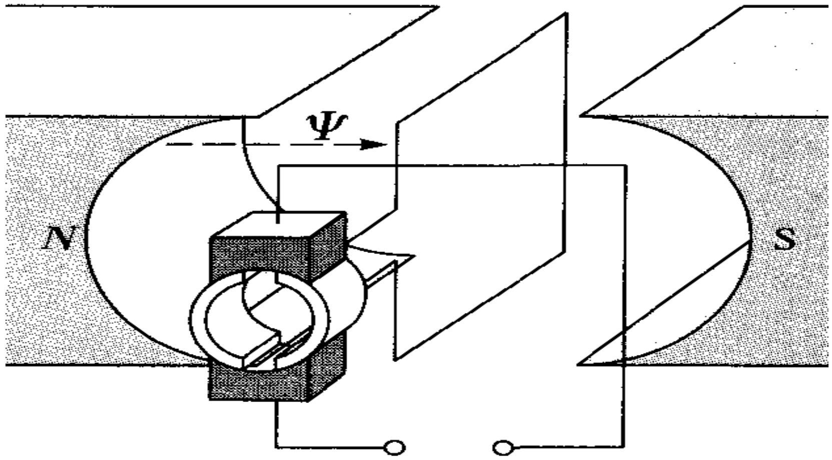
وباعتبار أن الحلقة الموصلة تتحرك بسرعة v كما تحتوى على عدد كبير من الإلكترونات الحرة فستكون القوة الدافعة المستحثة emf فى الحلقة أو الجهد المستحث .

$$V = \oint E.d\ell = \oint (v \times B).d\ell \quad (5-1)$$

وهذا النوع من القوة الدافعة الكهربائية المستحثة يسمى القوة الدافعة المتحركة motional emf يوجد هذ النوع فى الآلات مثل المحركات motors والمولدات generators .

بتطبيق نظرية ستوك Stokes، theorem على كل من التكاملين فى معادلة (1-5)

$$\nabla \times E = \nabla \times (v \times B) \quad (6-1)$$



6-1- حلقـــــة متحركة فى مجال متغير

هذه حالة عامة , حيث تتحرك الحلقة الموصلة فى مجال مغناطيسى متغير مع الزمن . يوجد فى هذه الحالة قوتان دافعتان التحويلية transformer والحركية motional بربط المعادلتين (1-2) و(1-5) يتم الحصول على:-

$$V = \oint_L E.d\ell = -\int_S \frac{\partial B}{\partial t}.dS + \oint_L (v \times B).d\ell \quad (7-1)$$

من المعادلتين (1-3) و (1-6) يتم الحصول على :-

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} + \nabla \times (v \times B) \quad (8-1)$$

أسئلة مراجعـــــــــــــــــــــــة

1-أذكر الأسباب التى يتغير فيها الفيض مع الزمن

2- إشرح العلاقة التالية على ضوء نظرية فاراداى

$$\oint E.d\ell = -\frac{d}{dt}\oint B.dS$$

3- فسر الإنفراج divergence فى كل من المعادلتين

$$\nabla.D = \rho_V$$
$$\nabla.B = 0$$

أمثلـــــــــــــــــــــة

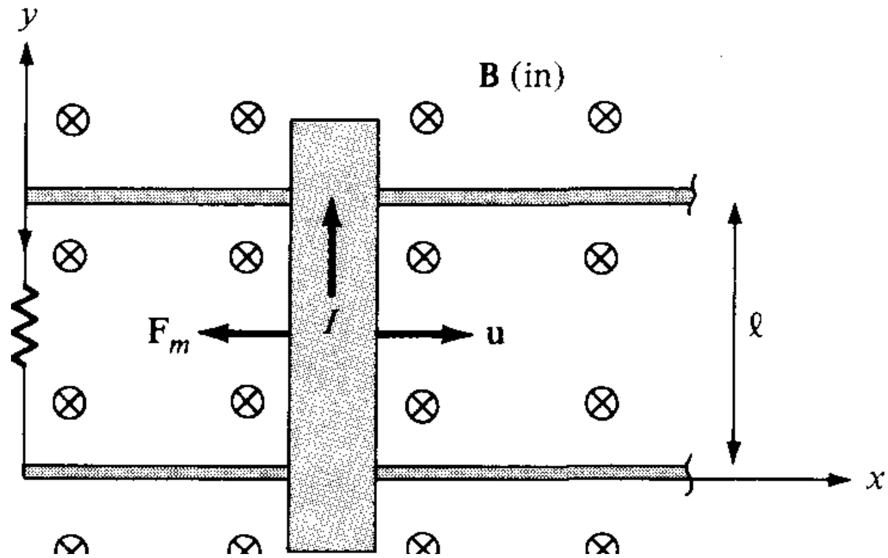
مثال رقم 1

قضيب bar ينزلق على موصلين متوازيين ومتساويين أفقين طول كل منهما 6سم فى اتجاه x . القضيب فى وضع عمودى فى لإتجاه y طوله 8سم . احسب الجهد المستحث فى القضيب خلال كل من الحالات الآتية :-

أ- إذا كان القضيب ثابتا والمجال متغير مع الزمن $B= 4\cos 10^6 t\ k$ فى إتجاه z

ب-)إذا ينزلق القصيب ينزلق بسرعة $v=20\ m/s\ j$ فى الإتجاه y والمجال ثابت B=4 K mTesla فى الإتجله Z

جـــ - إذا كان القضيب ينزلق بسرعة $20\ m/s\ j$ فى الإتجاه y ويتغير المجال المغناطيسى مع الزمن فى الإتجاه z حيث $B=4\cos(10^6 t-y)$mTesla k فى الإتجاه z .



الحــــــــــــــــــــــل

أ-فى هذه الحالة تطبق قاعدة الحلقة الساكنة والمجال المتغير تعمل الدائرة كمحول transformer وتكون القوة الدافعة للحول emf أو الجهد المستحث :-

$$V = -\int \frac{\partial B}{\partial t} dS = 4000sin10\text{^}6t \int_{y=0}^{0.08} dy \int_{x=0}^{0.06} dx = 19.2sin106t\ V$$

حيث d S =dxdy عنصر المساحة .

ب - فى هذه الحالة تطبق قاعدة الحلقة متحركة والمجال المغناطيسى ثابت motional emf القوة الدافعة الحركية وبلك تكون القوة الدافعة المستحثة الحركية :-

$$V = \int (v \times B).d\ell = \int_{x=\ell}^{0} (vj \times Bk)\,.\,dxi = -vB\ell = -4.8mV$$

جـ - فى هذه الحالة كل من القوتين التحويلية transformer والحركية motional موجدتين فى الدائرة وبذلك يكى الحل حاصل جمعهما :-

$$V = -\frac{\sigma\varphi}{\sigma t} = -\int B.dS = \int_{y=0}^{y} \int_{x=0}^{0.06} 4\cos(10^{6t} - y)\,dxdy$$

$$y = vt = 20t$$

بعد إجراء التكامل ثم التفاضل بالنسبة للزمن يتم الحصول على

$$V = 0.24(10^6)[\cos(10^6 t - 20t) - \cos 10^6 t]$$

1-7 تيار الإزاحـــــــــــــــــــــــــــــــة Displacement current

تم أستخدام معادلة الإلتفاف curl equation لماكسويل للتعبير عن قانون فاراداى ,وقبل أن ندخل هذه الفقرة لنصل اهم مساهمات ماكسويل الكهرومغناطيسية من الأفضل أن نتعرف على بعض المفاهيم الكهربائية والمغناطيسية .

يوجد فى كل من الكهرباء كثافة الفيض وهى الفيض لوحدة المساحة يرمز لها فى الكهرباء D وفى المغناطيسية B يوجد أيضا فى كل منهما شدة المجال وهي تأثير الوسط على المجال يرمز لها فى الكهربائية E وفى المغناطيسية H وكذلك بأخذ كثافة التيار الكهربائي فى الإعتبار ويرمز لها J للوسط تأثير على الأنسياب الكهربائى والإنسياب المغناطيسى فى حالة الكهرباء تسمى السماحية permittivityيرمز لها ε وفى المغناطيسية μ Permeability ولفهم معادلة الإستمرارية continuity equation تستخدم كثافة الشحنة لوحدة الحجوم يرمز لها عادة ρ ويمكن تلخيص ما سبق بشكل معادلات:-

$$D = \frac{\varphi}{s},\ B = \frac{\varphi}{s},\ D = \varepsilon E, B = \mu H, J = \frac{I}{s}$$

تم فى الفقرات السابقة من هذه المذكرة إستخدام معادلة ماكسويل الإلتفافية Maxwell، curl equation لدراسة المجالات الكهروستاتيكية , تم تطوير هذه المعادلة لحالات تغير المجال مع الزمن لتحقيق قانون فاراداى وسيتم فى هذه المحاضرة دراستها بالنسبة للمجالات المغناطيسة وتغيرها مع الزمن لتحقيق قانون أمبير . فى حالة المجالات الكهرومغناطيسية الساكنة فإن إلتفاف شدة المجال H ينتج عنه كثافة تيار J ويعبر عنه بالمعادلة :-

$$\nabla \times H = J \quad (9-1)$$

ولكن إنفراج الإلتفاف فى جبر المتجهات يساوى صفرا وبالتالى سيكون إنفراج كثافة التياريساوى صفرا

$$\nabla.(\nabla \times H) = \nabla.J = 0 \quad (10-1)$$

ولكن هذا يتناقض مع معادلة الإستمرارية لأن التيار يتدفق فى حالة الإنفراج ولا يساوى صفرا وكثافة الشحنة الحجمية ρ تساوى إنفراج كثافة الفيض الكهربائى D حيث معادلة الإستمرارية :-

$$\nabla . J = \frac{\partial \rho}{\sigma t} \neq 0 \quad (11-1)$$

وبذلك لا تتفق المعادلتان (1-10) مع (1-11) فى حالة التغير مع الزمن ولكى يتم التوافق بينهما لابد من تطوير المعادلة (1-10) لتفق مع (1-11) ويتم هذا بإضافة جزء إلى معادلة (10-1) لتصبح :-

$$\nabla \times H = J + Jd \quad (12-1)$$

حيث سيتم تعريف J_d وتعيينه ومرة أخرى نعيد للذهن أن إنفراج الإلتفاف يساوى صفرا وبهذا يتم الآتى :-

$$\nabla . (\nabla \times H) = \nabla . J + \nabla . Jd = 0 \quad (13-1)$$

بترتيب المعادلة (1-13) لتتفق مع (1-11) فتصبح المعادلة التالية بهذا الشكل :-

$$\nabla . Jd = -\nabla . J = \frac{\partial \rho}{\partial t} , \rho = \frac{\partial D}{\partial t} \quad (14-1)$$

بالتعويض بالمعادلة (1-14) فى المعادلة (1-12) يتم الحصول على معادلة ماكسويل فى شكلها المتطور و هى المؤسسة على قانون أمبير للمجال المغناطيسى المتغير مع الزمن حيث J_d يرمز لكثافة تيار الإزاحة وهومن أهم إسهامات ماكسويل , حيث بدون هذا الجزءفأن إنتشار الموجات الكهرومغناطيسية يكون مستحيلا وهذه هى معادلة ماكسويل الهامة :-

$$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (15-1)$$

ويرمز Jلكثافة تيار التوصيل conduction current density ويرتبط بمعامل الموصلية بالعلاقة $J = \sigma E$, حيث σ تعنى الموصلية الكهربائية conductivity . وتهمل قيمة كثافة تيار الإزاحة فى حالة الترددات المنخفضة مقارنة بكثافة تيار التوصيل . ولم تتحقق هذه العلاقة تجريبيا بوجود كثافتى التيارين فى عصر ماكسويل وذلك لعدم توفر الترددات العالية , وبعد سنوات تمكن هيرتز من الكشف عن موجات الراديو تحقيقا لهذه المعادلة وبذلك يكون تيار الإزاحة عبارة تكامل كثافة تيار الإزاحة بالنسبة لمساحة السطح. $Id =$ .ds (16-1)

$\int Jd.dS = \int \frac{\partial D}{\partial t}$ وهذ يعنى أن تيار الإزاحة هو نتيجة لتغير كثافة الفيض الكهربائى والمثال النموذجى له هو التيار الذى يمر عبر مكثف عندما يسلط عليه جهد متردد.

الملخص التالى يوضح معادلات ماكسويل كيف ينتج عن المجال الكهربى مجال مغناسطيسى والعكس صحيح. وينتج عن الشحنات مجال مغناطيسى ومن هذه المعادلات تم حساب سرعة الضوء والموجات الكهرومغناطسية .

1-8ملخص عام للجزء الأول SUMMARY

1. قانون جاوس Gauss يشرح طبيعة الكهربائية حول الشحنات الكهربائية

$$\nabla . D = \rho_v$$

قانون جاوس Gauss' Magnetism Law للمغناطيسية

$$\nabla . D = \rho_v$$
$$\nabla . B = 0$$

يجب أن يكون مألوفا لدى الطالب فى كهرو2 قانون جاوس للمجال الكهربايى ليفهم هذه المعادلة , يلاحظ أن كلتا المعادلتين تشيران إلى إنفراج كثافة الفيض فى المجال فالأولى تشير إلى كثافة الفيض فى المجال الكهربايى والذي يساوى فيه إنفراج كثافة الفيض الشحنة الكهربائية , والثانية إلى إنفراج كثافة الفيض المغناطيسى حيث تتلاشى الشحنة المغناطيسية بمعنى لاوجود للقطب الواحد monopole .

قانون فاراداى

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}$$

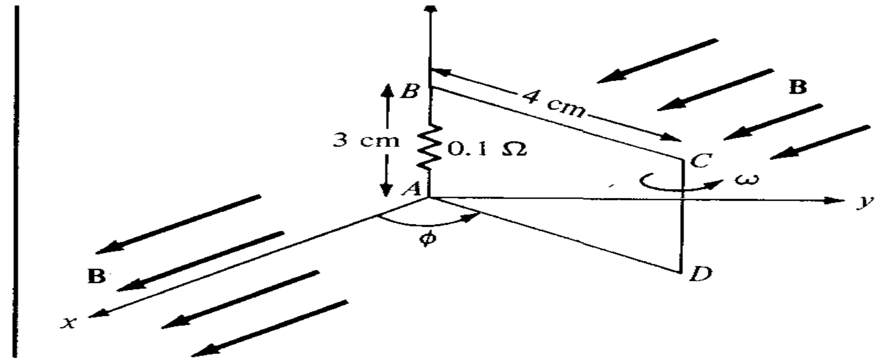
القانون يوضح العلاقة بين سريان التيار الكهربائي فى المجال المغناطيسى بفرض أن سلك يحمل تيارا I فإن التيار ينتج مجالا مغناطيسيا يحيط بالسلك.

أمثلـــــــــــــــــــــــــــــة

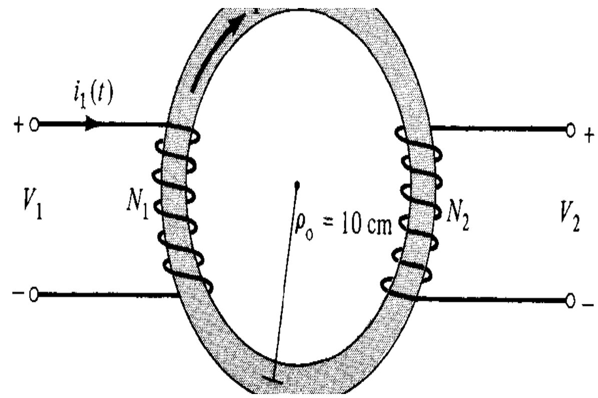
1- حلقة loop داخل مجال مغناطيسى B=50mTk مع الإتجاه z فإذا كا ن أحد أضلاع الحلقة 3cm يقطع يقطع خطوط الفيض بتردد 50 Hz وتقع الحلقة فى المستوى z عند زمن t=0 أحسب:-

أ) القوة الدافعة المستحثة عند عند t= 1ms

ب) التيار المستحت عند t=3ms



2- دائرة مغناطيسية مساحة مقطعها المنتظم $10^{-3}m^2$ فإذا كان التيار الداخل إلى الدائرة $i(t)=3\sin(100\pi t)$ فى ملف عدد لفاته 200 احسب emf فى الملف الذى عدد لفاته 100 لفة $(\mu=500\mu_0)$.



3- مكثف ذو لوحين متوازيين مساحة اللوح $5cm^2$ ويفصل بينهما 3cm تم تسليط عليه جهد $50\sin 10^3\ t$ إحسب تيار الإزاحة. $\varepsilon=2\varepsilon_0$

4- مجال كهربائى $E=100x\ i$ اتجاه x احسب الشحنة الكلية التى تحتويه الإجسام التالية :-

أ) حجم مكعب طول ضلعه 1cm عند نقطة الأصل حيث أضلاع المكعب موازية المحاور x,y,z

ب) حجم إسطوانة نصف قطر قاعدتها 1cm وإرتفاعها 2cm مركزة عند نقطة الأصل وموازية للمحورz

5- إسطوانة تشكل مكثفا نصف قطرها الداخلى a والخارجىb وبين قطبيها electrodes هواء :-

أ) ما مقدار سعة المكثف لوحدة الطول ؟

ب) وضع مكثف طوله 10cm عموديا up right فى صحن زيت dish of oil سماحيته النسبية $\varepsilon_r=3$ ليحل محل الهواء بعمق 5cm ما سعة المكثف فى هذه الحالة إذا كان نصفا قطريه a=5cm وb=6cm . ملاحظة : الحل موجود فى الكتاب. المطلوب. المذاكرة لفهم الحل

1-9 الجهود المتغيرة مع الزمن Time varying potentials

تنقسم الجهود الكهرومغناطيسية الساكنة E.M إلى نوعين الجهد الكهربائى القياسى Electric scalar potentials والذى تظهر فيه كثافة الشحنة الحجمية وسماحية الوسط الكهربائي ثم الجهد المغناطيسى القياسى والذى تظهر فيه كثافة التيار الكهربائي ونفاذية الوسط المغناطيسية وإذا رمزنا للجهد الكهربائى Vكما هو المعتاد والحهد المغناطيسى A الناتج عن إنفراج B وبتعريف العلاقة بين المجال المغناطيسى B وإلتفاف الجهد الناتج عنه بالمعادلة:-

$$B = \nabla \times A \quad (1-17)$$

وبإستخدام قانون فارادى وتطبيقه على (1-17) لنعرف ماذا يحصل لهذه الجهود عندما تتغير مع الزمن وحيث أن إلتفاف منحدر أو تدرج gradient الجهد القياسى يساوى صفرا نصل إلى المعادلة :-

$$E = -\left(\frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V\right) \quad (1-18)$$

بمعلومية A يمكن الحصول على B فى (1-17) وبمعلومية V يمكن الحصول علىE فى (1-18) ولكن تبقى الحاجة إلى تعبير لكل من A , B مناسب لتغير المجالات مع الزمن .

تسمى علاقة A مع B شرط لورنتز للجهود Lorentz conditions for potentials والذى يظهر فى المعادلتين :-

---

$$\nabla^2 V - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad (1-19)$$

$$\nabla^2 A - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 A}{\partial^2 t} = -\mu J \quad (1-20)$$

وهتان المعادلتان فى الشكل الموجى تحققان معادلة بواسون Poisson لحالات التغير مع الزمن كما هو واضح من التفاضل من الرتبة الثانية بالنسبة للزمن time varying conditions .

ويتم حل المعادلتين بتكType equation here.امل كل منهما وبذلك يصبح الحل :-

$$V = \int [\rho] \frac{dv}{4\pi R} \qquad (1-21)$$

$$A = \int [J] \frac{\mu dv}{4\pi R} \qquad (1-22)$$

واستعملنا القوسين المربعين [J] , [ρ] دلالة على زمن التأخر retarded time فى الحركة الموجية والذى يتم الحصول عليه من المسافة بين نقطة المراقبة observation point ونقطة المصدر بالعلاقة التالية :-

$$T = t - \frac{R}{v} \text{ }, R = distance\ difference \text{ }, v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

حيث R الفرق بين نقطتى المراقبة والمصدر وv سرعة إنتشار الموجة وتساوى الفراغ الحر c سرعة الضوء .ويتم تعيين كل من V و A من المعادلتين 1-21) و (1-22) ثم بالتعويض بهما فى كل من المعادلتين (1-17) و(1-18) للحصول على كل من B وE .

1-10المحالات التوافقيـــــــــــــــــــــــــــة The Harmonic Fields

يقصد بالمجالات التوافقية هو تغيير الكميات دوريا مع الزمن periodically أو بالجيب وجيب التمام مع الزمن sinusoidally. يعبر عن الحركة الموجبة فى هذا النوع من المجالات بالمطوار phasor لملائمته من الناحية العملية. وهوعدد مركب يتكون من جزئين حقيقى وتخيلى ويكتب بالطريقة الكارتيزية او القطبية polar . ويتكون الطور فى الحركة الموجية من جزء يشمل التردد الزاوى يرمز له $\omega = 2\pi f$ حيث fالتردد بالإضافة إلى جزء آخر θيكون دالة فى الفرغ أو الزمن أو ثابتا ويرمز لزاوية الطور $\phi = \omega t + \theta$وبصورة عامة تتم كتابة الموجة بالشكل المطورى مثلا لمجال كهربائى.

$$E = rcos(\omega t + \theta) \qquad (1-23)$$

حيث r مقددار المتجه فيمكن كتابة (1-23) على الصورة القطبية باستخدام الأس الطبيعى e=natural exponential وتوضيح الجزئين الحقيقى والتخيلى :-

$$E = re^{j(\omega t+\theta)} \qquad (1-24)$$

وهذا يعنى فى جبر الأعداد المركبة $E = r\, e^{j\omega t}.e^{j\theta}$ ثم يتم فصل الجزئين إلى حقيقى وتخيلى حيث الجزءالحقيقى للمتجه $Re\left(e^{j\omega t}\right) = rcos(\omega t+\theta)$ أما الجزء التخيلى من المتجه للمجال الكهربائى $Im\left(e^{j\theta}\right) = rsin(\omega t+\theta)$ ويسمى الجزء الخالى من الزمن بمطور المتجه ويرمز E_s وهذا يعنى أنه يمكن تبسيط المعادلة الموجية بإستخدام المطوار :-

$$E = Es.e^{j\omega t} \qquad (1-25)$$

الفصل الثانى

1-2 إنتشار الموجات الكهرومغناطيسية ELECTROMAGNETIC PROPAGATION

فى هذه المحاضرة نتناول ما تم دراسته فى المحاضرات السابقة لحل معادلات ماكسويل لإشتقاق الموجات الكهرومغناطيسية E.M ,ستكون الدراسة شاملة فى الأوساط التالية إن شاءالله :-

1. الفراغ الحر حيث سماحية الوسط الكهربائية ε_0 ونفاذيته المغناطيسية μ_0 هتان القيمتان ثابتان تربطهما بالأوساط الأخرى السماحية الكهربائية والنفاذية المغناطسية النسبيتان على الترتيب كما تم دراسته فى الفيزياء.أما موصلية الفراغ الحر تساوى صفرا $\sigma=0$

2. الأوساط عديمة الفقد العازلة Lossless dielectric لكل منها مقدار للسماحية والنفاذية وعادة تعطى السماحية النسبية الكهربائية والنفاذية النسبية للمغناطيسية ثم بالضرب فى سماحية ونفاذية الفراغ أوالهواء المذكورتين يتم الحصول على كل منهما . أما موصلية الوسط فى هذه الأوساط فهى صغيرة جدا مقارنة للنسبة بينها وبين سماحية الوسط مضروبا فى تردد الموجة الزاوى ويعبر عنها بالعلاقة $\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} << 1$.

3 .الأوساط ذات الفقد العازلة Loss dielectric لها سماحية ونفاذية وموصلية كهربائية لا تساوى صفرا وهذه الحالة العامة للأوساط.

4 . الموصلات جيدة التوصيل Good conductors لها سماحية كهربائية ونفاذية كهربائية وموصلية عالية جدا لا نهائية يعبر عنها بالعلاقة $\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} >> 1$.

2-2الموجات بصورة عامة WAVES IN GENERAL

الموجة دالة فى الفراغ space والزمان وتحدث الحركة الموجية عندما يؤثر الإضطراب عند a وعند زمن t على نقطة b , وتأخذ معادلة الموجة الشكل التفاضلى الجزئى من الرتبة الثانية:-

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad (2\text{-}1)$$

حيث v سرعة الموجة والمعادلة (2-1) حالةخاصة من العادلة (1-19) عندما تكون الكثافة الحجمية للوسط تساوى صفراويتم حل المعادلة (1-2) بالشكل التالى: .

$$E^{+} + E^{-} = Ae^{j(\omega t-\beta z(} + Be^{j(\omega t-\beta z)} \quad \textbf{(2-2)}$$

كل من A و B ثابتان أما β تساوى النسبة بين التردد الزاوى وسرعة الموجة ولنبدأ اولا بحل الجزء الأول من المعادلة (2-2) وبأخذ الجزء التخيلى لهذه المعادلة سعيا لسولة الحل باستخدام جيب الموجة أما جيب تمام الموجة نتركه لحل الجزء الحقيقى لهذه المعادلة :-

$$E = A\sin(\omega t - \beta z) \quad \textbf{(2-3)}$$

ويلاحظ أن الخواص الموجية تتمثل فى المعادلة (3-1) وهى كالتالى:-

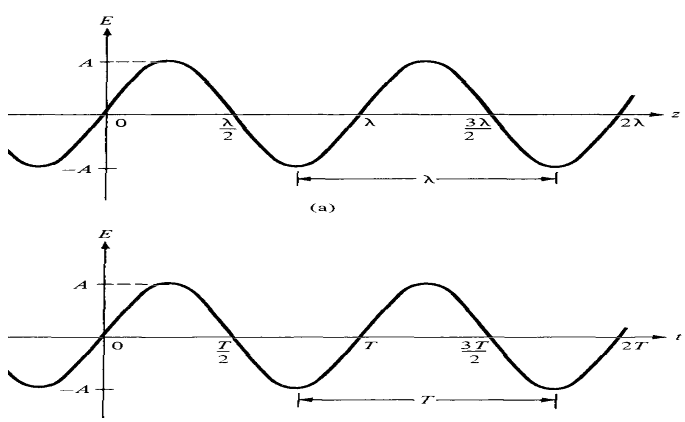
1-الموجة توافقية مع الزمن لأنها تعتمد على الزمن عامل الزمن $e^{\infty t}$

2تسمى A سعة الموجة ولها نفس وحدات المجال

3- طور الموجة هو (∞t-βz) ويتم قياسه بالزاوية النصف قطرية radian يعتمد على الزمن والفراغ

4- التردد الزاوى Angular frequency ويتم قياسه بوحدة الزاوية نصف قطرية للمتر rad/m .

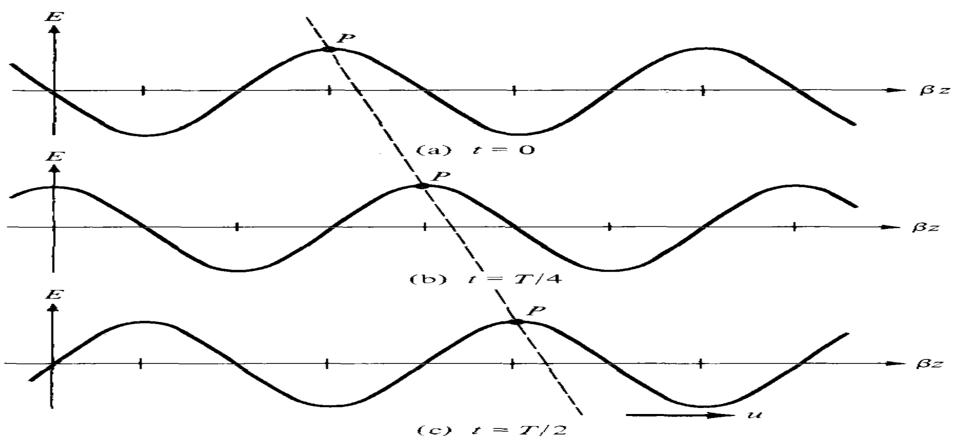
نتيجة لتغيرE مع الزمن والفراغ كدالة فيهما يتم رسم العلاقة للموجة مع كل منهما وثبات الأخرى, فعند تغير الزمن مع الموجة وثبات المكان نحصل على طول الموجة حيث تعيد الموجة دورتها وتسمى المسافة التى تقطعها بطول الموجة λ وفى العكس بعد أن تعيد الموجة دورتها نحصل على الزمن الدورى T



وتكون العلاقة بين سرعة الموجة وزمن ترددها λ=Vt اما تردد الموجة يساوى مقلوب الزمن الدورى f=1/T وسرعة الموجة V=fλ ومن هذه العلاقة يمكن معرفة موقع محطة الإذاعة من خلال كل من التردد أو الطول الموجى وعادة يفضل التر دد الزاوى ∞=2πf مما ذكر فى العلاقات السابقة والتى تم دراستها فى الفيزياء نحصل على العلاقة التالية :-

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2\text{-}4)$$

بأخذ معادلة (2-2) لموجة جيبية تنتقل فى الإتحاه z+ وبإختيار نقطة p على سعة الموجة وبرسم علاقة بين E وz عند زمن t= 0,T/4, T/2 من الرسم يلاحظ أنه مع تقدم الموجة مع الزمن تتحرك النقطة p فى الإتجاه z+ والنقطة ثابتة الطور $\omega t - \beta z = cons\tan t$ بتفاضل الطور $\frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} = v$ حيث v سرعة الموجة .



مما سبق نستخلص ما يلى :-

1- الموجة دالة فى الزمن والفراغ ويختار الزمن صفرا كنقطة مرجعية

2- الإشارة السالبة فى طور الموجة $(\omega t \pm \beta z)$ تشير إلى حركة الموجة فى الإتجاه الموجب z بمعنى إلى للأمام أما الإشارة السالبة تشير إلى حركة الموجة فى الإتجاه السالب z– بمعنى إلى الخلف

3- يعبر بالجيب وجيب التمام عن أي موجة توافقية مع الزمن .

أمثلــــــــــــــــــــــــــــــــــة

1-مجال كهربائى فى الفراغ الحر $E = 50\cos(10^8 t + \beta x)\, jV/m$ عين إتجاه إنتشار الموجة وإذا قطعت الموجة مسافة نصف طولها ما الزمن اللازم لذلك – احسب β – أكتب موجة المجال الكهربائى عند t=o,T/4, T/2 s .

2-إذا كان المجال فى الفراغ الحر $H = 0.1\cos(10^8 t - \beta x)\, jA/m$. إحسب الزمن اللازم لتقطع الموجة ربع طولها الموجى وعين كل من الزمن الدورى , طول الموجة وثابت الطور .

3-2 الأوساط ذات الفقد loss dielectric

الأوساط ذات الفقد هى العامة للحالات المذكورة فى الفقرة (2-1) وبهذا تكون هذه الفقرة إنطلاقا للفقرات التالية .

العازل ذوالفقد هو الوسط الذى تقاسى فيه الموجة E.M فقدا فى الطاقة أثناء إنتشارها خلاله لأن هذا الوسط ذو توصيل جزئى فليس بتام العزل ولا بتام التوصيل حيث σ=0 .

بإعتبار أن الوسط ذو الفقد وسطا خطيا Linear متساوى الخواص فى جميع الإتجاهات isotropic خاليا من الشحنة ρ=0 ومتجانسا homogeneous وفى هذه الحالة تصبح معادلات ماكسويل"-

$$\nabla . Es = 0 , \nabla . Hs = 0, \nabla \times Es = -j\omega\mu Hs, \nabla \times Hs = (\sigma + j\omega\varepsilon)Es$$

وكا عرفنا فى الفصل الأول أن حرف sالتحتية تعنى المجال فى حالة المطوار phasor وبتطبيق تطابق المتجهات نحصل على :-

$$\nabla^2 Es - \gamma^2 Es = 0 \qquad (2-5)$$

ويعرف γ بانه ثابت أو معامل الإنتشار propagation constant/factor وهو دالة فى خواص الوسط والتردد الزاوى ويمكن تعريفه بالمعادلة:-

$$\gamma 2 = j\omega\mu(\sigma + j\omega\mu) \qquad (2-6)$$

وبنفس الخطوات الرياضية نحصل على معادلة المجال المغناطيسى :-

$$\nabla 2Hs - \gamma 2Hs \ = 0 \qquad (2-7)$$

ولثابت الإنتشار جزءان أحدهما حقيقى realوالآخر تخيلى imaginary يرمز لهما α و β وبذلك معامل الإنتشار:-

$$\gamma = \alpha + j\beta \qquad (2-8)$$

ويتم الحصول على α و β كل على حده بحل المعادلتين (2-7) و(2-8) فى الصورة التالية :-

$$\alpha = \omega\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}\left[\sqrt{1+\left[\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right]^2}-1\right]} \qquad (2\text{-}9)$$

$$\beta = \omega\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}\left[\sqrt{1+\left[\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right]^2}+1\right]} \qquad (2\text{-}10)$$

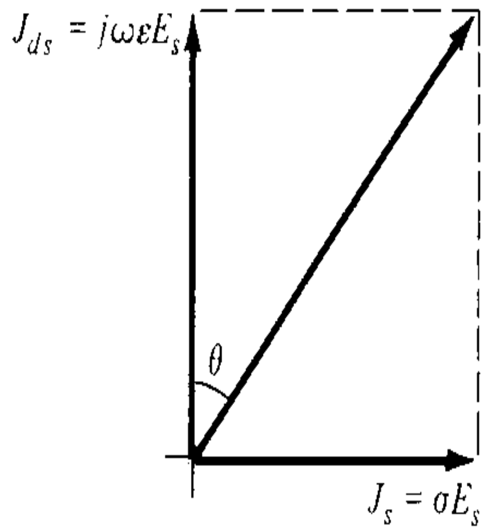
هتان المعادلتان فى الصورة العامة وتراعى خواص الوسط الكهربائية والمغناطيسية والتردد الزاوى وللوسط معاوقة لإنتشار الموجة تسمى المعاوقة الذاتية intrinsic impedance وحدتها الأوم Ohm وتشمل خواص الوسط والتردد الزاوى وهى متجه يعبر عنه مقدارا وإتجاها وفى الشكل القطبى مقدار وزاوية polarأو الأس الطبيبيعى natural exponentialكما يظهر فى المعادلة التالية :-

$$, \quad \eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon}} = |\eta|\angle\theta_\eta = |\eta|e^{j\theta_\eta} \qquad (2\text{-}11)$$

أما مقدار المعاوقة الذاتية نحصل عليه من المعادلة الآتية:-

$$\lceil\eta\rceil = \frac{\sqrt{\mu/\varepsilon}}{\left[1+\left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2\right]^{\frac{1}{4}}} \qquad (2\text{-}12)$$

ومقدار النسبة بين كثافة تيار الإزاحة وكثافة تيار التوصيل $\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}$يكون ظل زاوية الفقدLoss angle tangent



الشكل (2-1) زاوية الفقد Loss angle

وهذه الزاوية تساوى ضعف الزاوية التى تظهر فى حالة اختلاف الطور بين المجالين الكهربائى والمغناطيسى والتى تنتج عن المعاوقة الذاتية للوسط كما فى المعادلة (2-11) ويتم ذلك من خلال المعادلات التالية :-

$$\tan 2\theta_\eta = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon}, 0 \le \theta_\eta \ge 45^0 \quad (2\text{-}13)$$

من الشكل الموجى للمجالين الكهربائي والمغناطيسى وبكتابة الصيغة الموجية لكل منهما :-

$$E(z,t) = E_0 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z)i, H_0 = \frac{E_0}{|\eta|} \qquad (2\text{-}14)$$

$$H(z,t) = \frac{E_0}{|\eta|} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z - \theta_\eta)i \qquad (2\text{-}15)$$

فى المعادلة (2-15) يتضح لنا اختلاف فى الطور بين موجتى المجالين حيث Eيتقدم عن Hكما سبق نتيجة لزاوية معاوقة الوسط الذاتية ويلاحظ أن المعامل $e^{-\alpha t}$ والذي يحتوى α بإشارة سالبة تعنى أن الموجة تتلاشى سعتها أثناء إنتشارها ومن هنا تسمى α بمعامل التوهين Attenuation factor وحدة قياسه نيبر/متر(Nepers/m) أو ديسبل/متر (d B/m) والعلاقة بين نيبر والديسبل 1NP=8.686 d B .

ويلاحظ من المعادلة (2-9) أن α تؤول للصفر عندما تكون الموصلية σ تساوى صفرا وبذلك لا يحصل توهين للموجة أما β يقاس بها إزاحة الطور لوحدة الطول (shift/length) وتسمى أيضا ثابت الطور والعدد الموجى,ولا

يعتمد إنتشار الموجة على خواص الوقت فقط بل أيضا على التردد الزاوى للتشغيل operator فالوسط جيد التوصيل عند الترددات المنخفضة قد يكون جيد التوصيل عند الترددات العالية.

=أمثلــة

1- وسط ذو فقد عازل loss dielectric معاوقته الذاتية $\eta = 200\angle 30\Omega$ عند تردد معين , حيث كانت الموجة المستوية عند هذا التردد تنتشر بمجال مغناطيسى $H=10e^{-\alpha x}\cos(\omega t-1/2x)j$ A/m عين E و α وعمق القشرة δ ثم إستقطاب الموجة wave polarization .

2- تنتشر موجة مستوية خلال وسط $\varepsilon_r=8, \mu_r=2$ عين كل من :- β – ظل الفقد –معاوقة الوسط الذاتية للموجة $\acute{\eta}$ - سرعة الموجة . إذا كانت مركبة مجال الموجة الكهربائى. $E=0.5e^{-z/3}\sin(10^8t-\beta z)I$ V/m .

3- فى وسط عديم الفقد lossless معاوقته الذاتية $\acute{\eta}=60\pi$ ونفاذيته النسبية =1 إحسب :- ε و ω ثم المجال الكهربائى E إذا كان المجال المغناطيسى للموجة . $H=0.5\sin(\omega t-z)j$ A/m .

4-موجة مستوية فى وسط غير مغناطيسى مجالها الكهربائى $E=50\sin(10^8t+2z)j$ V/m . جد :-

أ) إتجاه إنتشار الموجة ب) طول الموجة –ترددها – السماحية النسبية – المجال المغناطيسى .

5- موجة مستوية منتظمة تنتشر فى وسط له الخواص التالية $(\sigma = 3, \mu_r = 20, \varepsilon_r = 1)$ إحسب كلا من (H,β,α) إذا كان مجال الموجة الكهربائى $E=2e^{-\alpha z}\sin(10^8t-\beta z)j$.

4-2 القدرة ومتجه بوينتينج POWER AND POYNTING VECTOR

تنتقل الطاقة من الباعث Transmission إلى المستقبل Receiver بواسطة الموجات الكهرومغناطيسية .ويتم الحصول على معدل إنتقال الطاقة transportation من معادلتى ماكسويل :-

$$\nabla \times E = \frac{-\mu\partial H}{\partial t}$$
$$\nabla \times H = \sigma E + \varepsilon\frac{\partial E}{\partial t} \qquad (2\text{-}16)$$

بالضرب القياسى لمعادلة (2-16) المتبادل بين Hو E وإستخدام التطابق الإتجاهى وتنظيم المعادلة الناتجة وأخذ التكامل الالحجمى لكلا الجانبين ثم تطبيق نظرية الإنفراج على الجانب الأيسر يتم الحصول على:

$$\oint(E\times H.dS = -\frac{\partial}{\partial t}\int_V[\frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2]dv - \sigma E^2 dv \qquad (2\text{-}17)$$

وتعبر المعادلة (2-17) عن نظرية بوينتينج , الجانب الأيسر يعنى القدرة الكية الخارجة من الحجم والجانب الأيمن الجزء الأول منه يعبر عن معدل تناقص الطاقة المخزنة فى المجالين الكهربائي والمغناطيسى أم الجزء الثانى هو القدرة الأومية المستهلكة ويمثل الضرب الإتجاهى للمجالين E و H متجه بوينتينج $P = E\times H$ وحدة قياسه W/m^2 , وهذا المتجه يمثل كثافة القدرة اللحظية المصاحبة للمجال الكهرومغناطيسى عند نقطة معينة .

وبتكامل متجه بوينتج على أي سطح مغلق يتم الحصول على القدرة power التى تنساب خلال السطح .

وهكذا يمكن صياغة نظرية كالآتى:-

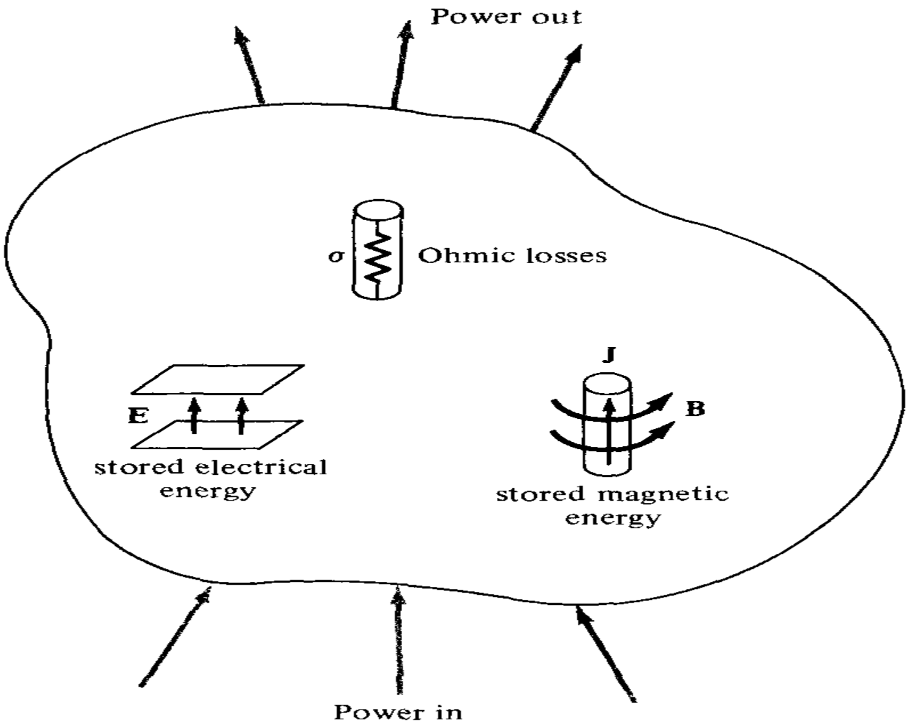
محصلة القدرة المنسابة flowing خلال حجم معين تساوى المعدل الزمنى time rate لتناقص الطاقة المخزنة داخل الحجم مطروحا منه فواقد التوصيل conduction losses .

ويكون متجه بوينتنج متعامدا على المجالين الكهربائى والمغناطيسى وبذلك يكون فى إتجاه انتشار الموجة ,وبأخذ معادلة (2-14) و(2-15) للمجالين الكهربائى والمغناطيسى على الترتيب يتم الحصول على متجه بوينتينج من خلال ضربهما الإتجاهى:-

$$P(z,t) = E\times H = \frac{E_0^2}{2|\eta|^2}e^{-2\alpha z}[\cos\theta_\eta + \cos(2\omega t - 2\beta z - \theta_\eta)] \qquad (2\text{-}18)$$

والأكثر إستخداما من الناحية العملية هوالمتوسط الزمنى لمتجه بوينتج من المتجه اللحظى وذلك بتكامل (2-18) على الزمن الدورى حيث يتم الحصول على :-

$$P_{avg} = \frac{E_0^2}{|\eta|^2}e^{-2\alpha z}\cos\theta_\eta k(2-19)$$



شكل (3-2) توضيح إتزان القدرة للمجالات الكهرومغناطيسية

امثلـــلة

1-فى وسط غير مغناطيسى non-magnetic إحسب :- السماحية النسبية-مقدار المعاوقة الذاتية للوسط-المتوسط الزمنى للقدرة التى تحملها الموجة-القدرة الكلية خلال مساحة $100cm^2$ لمستوى $2x+y=5$. إذا كانت موجة المجال الكهربائى بالشكل :- $E=4\sin(2\pi 10^7 t-0.8x)k$.

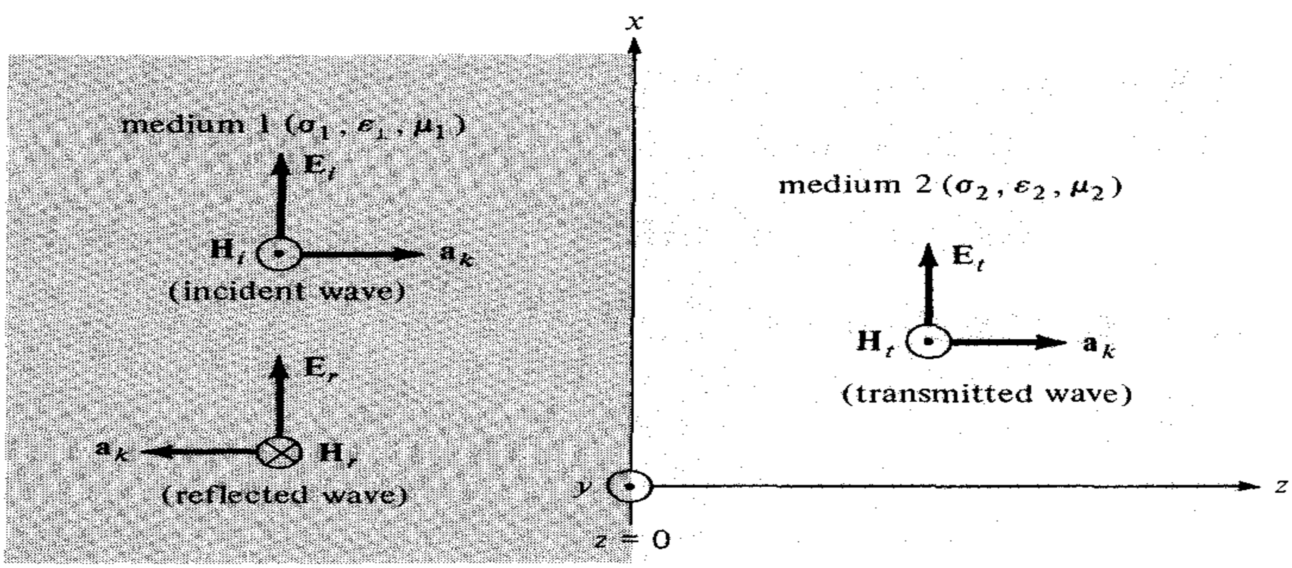
2- فى الفراغ الحر , إحسب القدرة الكلية (متوسط متجه بوينتنج) التى تمر خلال :- لوح مربع طول ضلعه 10cm على المستوى $x+z=1$, - قرص دائرى نصف قطره 5cm على المستوى $x=1$. إذا كانت معادلة المجال المغناطيسى على الشكل :- $H=0.2\cos(\omega t-\beta z)k$.

5-2 إنعكاس الموجة المستوية عند السقوط العمودى Reflection of plane wave at N.incidence

فى هذه الفقرة يتم دراسة الأمواج المنتظمة المستوية حين إنتقالها فى الأوساط المتجانسة غير المحصورة unbounded homogeneous media. عندما تسقط موجة مستوية من وسط إلى وسط آخر يختلف عنه فى الخواص الكهرومغناطيسية فإنه ينعكس جزء منها وينفذ الجزء الآخر .

ويعتمد الجزءان المنعكس والنافذ على الخواص الكهرومغناطيسية لكل من الوسطين , ولنبدأ بالسقوط العمودى للموجة وهو الأسهل دراسة ثم ننتقل بعون الله لسقوط الموجة بزاوية .

بفرض أن موجة مستوية تسقط عموديا على الفاصل boundary بين الوسط 1 الذى خواصه الكهرومغناطيسية من سماحية ونفاذية وموصلية(ε_1 ,μ_1, σ_1) والوسط الثانى الذى خواصه الكهرومغناطيسية (ε_2 ,μ_2, σ_2)كما هو موضح بالشكل (2-4) :-



الشكل (2-4) موجة مستوية تسقط عموديا على السطح الفاصل بين وسطين مختلفين كهرومغناطيسيا

الموجة الساقطـــــــــــــــة Incident wave

تنتقل الموجة(E_i , H_I) فى الإتجاه z+ فى الوسط 1 ومعامل الزمن $e^{j\omega t}$ وكل من من المجالين :-

$$E_{iS}(z) = E_{iS} e^{-\gamma z} i$$

$$H_{iS}(z) = H_{i0} e^{-\gamma z} j = \frac{E_{i0}}{\eta_1} e^{-\gamma z} j (2-20)$$

الموجة المنعكســـــــــــــــــــة Reflected wave

تنتقل هذه الموجة فى الإتجاه z– فى الوسط 1 بمركبتيها الكهربائية والمغناطيسية (E_r, H_r) وبنفس الطريقة نحصل على المجالين الكهربائى والمغناطيسى مع مراعاة الإشارة عند التعويض ب z- . كما بالشكل(2-4)

$$E_{rS}(z) = E_{iS}e^{\gamma z}i$$
$$H_{rS}(z) = -H_{i0}e^{\gamma z}j = -\frac{E_{ro}}{\eta_1}e^{-\gamma z}j(2-21)$$

حيث كل من (E_i, E_r, E_t) فى لإتجاه i بمعنى أنه فى حالة السقوط العمودى يكون للمجالات الكهربائية الساقطة والمنعكسة والنافذة إستقطاب واحد same polarization .

الموجـــــــــــــــــة النافذة Transmitted wave

تنتقل الموجة (E_t,H_t) كما فى الشكل (2-4) فى الإتجاه z+ بشكلها الموجى كما فى المعادلتين:-

$$E_{tS}(z) = E_{tS}e^{-\gamma z}i$$
$$H_{tS}(z) = H_{i0}e^{-\gamma z}j = \frac{E_{t0}}{\eta_1}e^{-\gamma z}j(2-22)$$

كل من ($E_{i0},E_{r0},E_{0t},H_{i0},H_{r0},H_{0t}$) مقادير magnitudes للمجالات الساقطة والمنعكسة والنافذة عند z=0 .

بتطبيق الشروط الحدية boundary conditions على الشكل (3-4) وذلك بإستمرار المركبات المماسية tangential components عند z=0 . من تعريف معامل الإنعكاس reflection coefficient ومعامل النفاذ transmission coefficient من خلال المعادلتين الآتيتين على الترتيب:-

$$\Gamma = \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$
$$\tau = \frac{E_{t0}}{E_{i0}} = \frac{2\eta_2}{\eta_1 + \eta_2}(2-23)$$

يلاحظ أن معامل النفاذ مطروحا منه معامل الإنعكاس يساوى واحد أوτ=1+Γ ويتراوح معامل الإنعكاس بين 0 و1 فى الحالة الحالة العامة , وفى حالة خاصة عندما يكون وسط سقوط الموجة تام العزل عديم الفقد lossless dielectric موصلته الكهربائية تساوى صفرا والوسط النافذة إليه الموجة وسط تام التوصيل perfect conductor يصبح (Γ=-1,τ=0) وهذا يوضح أن الموجة تنعكس كليا وهذا متوقع لأن المجالات فى الموصل التام تتلاشى وبذلك لا يمكن للموجة أن تنفذ وبإتحاد الموجتين الموجة المنعكسة كليا والموجة الساقطة تتكون الموجة الموقوفة standing wave لأن الموجتين لهما نفس السعة ومختلفتان فى الإتجاه ويعبر عن مجالى هذه الموجة للمركبتين الكهربائي والمغناطيسية بالمعادلتين التاليتين :-

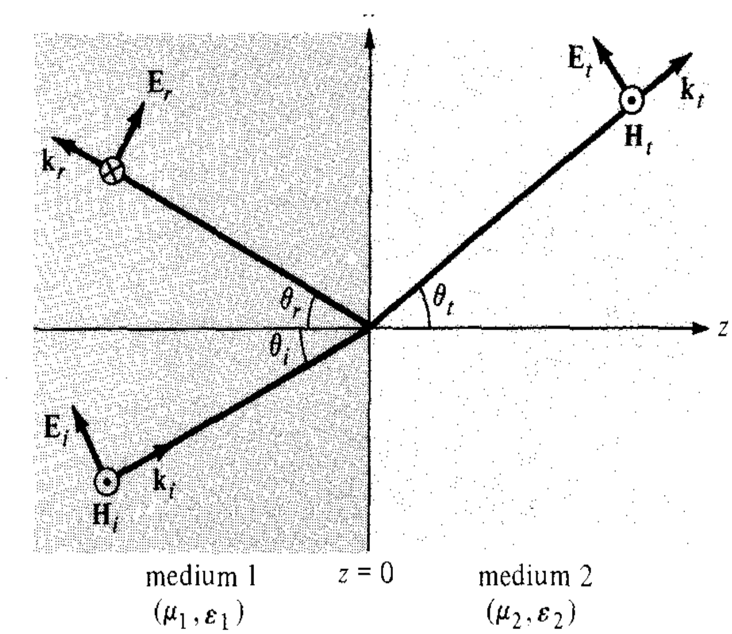
$$E_1 = E_{10}\sin\beta_{1z}\sin\omega ti$$
$$H_1 = \frac{2E_{10}}{\eta_1}\cos\beta_{1z}\cos\omega tj \qquad (2\text{-}24)$$

وتعرف النسبة بين مقدار القيمة القصوى إلى القيمة الدنيا لأي من المجالين نسبة الموجة الواقفة standing wave ratio كما فى المعادلة الآتية :-

$$S.WR = \frac{E_{1Max}}{E_{1Min}} = \frac{H_{1Max}}{H_{1Min}} = \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma}, \Gamma = \frac{SWR-1}{SWR+1}(2-26)$$

بالطبع مقدارنسبة الموجة الموقوفة لا يتجاوز الواحد الصحيح ومن المعادلة (2-26) فإن نسبة الموجة الموقوفة لايقل عن واحد ويمتد إلى قيمة لانهائية, وهو نسبة بدون أبعاد ويعبر عنها بالديسبل $(S.W.R)_{Db}$ =20log S.W.R .

6-2 السقوط المائل وقانون سنيل Oblique incidence and snell^s law



شكل (2-5) سقوط مائل حيث E مواز لمحور السقوط

عندما تسقط موجة على السطح الفاصل بين وسطين Interface مختلفين ينتج عن ذلك موجة تنفذ للسطح الآخر وموجة تنعكس فى نفس الوسط الأول حيث زاوية السقوط تساوى زاوية الإنعكاس $\Theta_i = \Theta_r$ ويرتبط جيب زاوية السقوط بحيب زاوية الإنكسار أو نفاذ الموجة إلى الوسط الآخر مع الخواص الكهرومغناطيسية للوسطين بالعلاقة بقانون سنيل .

$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r}=\sqrt{\frac{\mu_2\varepsilon_2}{\mu_1\varepsilon_1}} \quad (2\text{-}27)$$

عندما يكون الأنتشار من الوسط الأكثر كثافة ($\varepsilon_1>\varepsilon_2$) تكون زاوية النفاذ أكبر من زاوية السقوط ($\Theta_t>\Theta_i$) وبزيادة زاوية السقوط حتى تصل إلى زاوية تقابلها زاوية نفاذ (إنكسار) قائمة تسمى زاوية السقوط عندئذ بالزاوية الحرجة critical angle ويتم حسابها بدلالة الخواص الكهرومغناطيسية $\theta_c=\sin^{-1}(\sqrt{\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}})$. فى حالة السقوط المائل عندما E يكون موازيا parallel لمستوى السقوط هناك زاوية تنعدم عندها الموجة المنعكسة تسمى زاوية بروستر Brewster anglet يتم الحصول عليها أيضا بدلالة خواص الوسطين $\theta_B=\tan^{-1}(\sqrt{\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}})$.

مثال شـــــــــــــامل

تنتشر موجة فى وسط حر بمجاليها الكهربائي E والمغناطيسى H ثم تسقط عموديا على الفاصل بين الوسطين إلى وسط عازل تام موصلته تساوى صفراوسماحيته النسبية تساوى 3 . قارن بين قيم الأمواج الساقطة والمنعكسة.

أمثلـــــــــــــــــــة

1-فى الفراغ الحر $E=10^3\sin(\omega t-\beta z)j$ عين المجال المغناطيسى H .

2- احسب المعاوقة الذاتية ή وثابت الإنتشار γ وسرعة الموجة v لوسط موصليته $\sigma=5.8\times 10^7$ S/m و $\mu_r=1$ إذا كان تردد الموجة 100MHz .

3- تنتشر موجة مستوية فى الفراغ الحر فى الإتجاه+z وتسقط عموديا على موصل (z>0) إذا كانت موصلية الموصل $\sigma=6.17\times10^7$S/m ونفاذيته النسبية $\mu_r=1$ وتنتشر الموجة بتردد f=1.5MHz و للمجال الكهربائى موجة عند الحد الفاصل $E(0,t)=1.0\sin\omega t\, j$ وضح موجة المجال المغناطيسى النافذ H(z,t) فى منطقة الموصل z>0 .

4- إحسب معامل الإنعكاس r ومعامل النفاذ τ للمجالين E,H عند السطح الفاصل إذا كان $E_{0i}=1.5\times10^{-3}$V/m فى الوسط الأول الذي خواصه الكهرومغناطيسية ($\sigma=0, \mu_{r1}=1,\varepsilon_{r1}=8.5$) والوسط الثانى فراغ حر وأن السقوط عمودى على الفاصل.

5-فى الفراغ الحر $z\le0$ تسقط موجة مستوية عموديا على وسط عديم الفقد lossless خواصه الكهرومغناطيسية السماحية والنفاذية ($\varepsilon=2\varepsilon_0, \mu=8\mu_0$) فى المنطقة $z\ge0$ بموجة مجال مغناطيسى $H=10\cos(10^8t-\beta z)i$ عين الموجة المنعكسة للمجالين وكذلك النافذة لهما.

6- موجة منتظمة مستوية تنتشر فى الهواء فإذا كانت مركبتا مجالها الكهربائى

$$E=40\cos(\omega t-\beta z)I+30\sin(\omega t-\beta z)j$$

أ) عين موجة المجال المغناطيسى الساقط H_i

ب) إذا أرتطمت الموجة بلوح تام التوصيل perfectly conducting عند z=0 عين الموجتين المنعكستين E_r, H_r

جـ) محصلة المجال الكهربائى ومحصلة المجال المغناطيسى فى المنطقة $z \leq 0$

د) إحسب متوسط متجهى بوينتينج pointing vectors فى كل من المنطقتين $z \leq 0$, $z \geq 0$ ولماذا؟

الفصل الثالث

خطوط النقـــــل TRANSMISSION LINES

1-3 مقدمـــــــــــــــــــــــــة

كانت الدراسة فى الفصلين السابقين مركزة على إنتشار الأمواج خلال الأوساط غير المحصورة Unbounded Media ويسمى هذا الإنتشار بغير الموجه Unguided حيث يكون الإنتشار فى الفراغ مصحوبا بإنتشار للطاقة الكهرومغناطيسية على نطاق واسع.

ويظهر الإنتشار غير المحصور فى البث الإذاعى Broadcastingبنوعيه المسموع والمرئى حيث إنتقال المعلومات متوفر للجميع وليس مثل الهواتف بجميع أنواعها وقنوات الإتصال المغلقة .

ما يتم دراسته فى هذا الفصل هو وسيلة أخرى لنقل الطاقة والمعلومات وذلك بواسطة البناء الموجه Guided structures وهذا البناء يستخدم لإنتقال الطاقة من المصدر إلى الحمل Load والأمثلة المتالية على هذا البناء هى خطوط النقل والأدلة الموجهة Waveguides .

وتشتهر خطوط النقل بإستحدامها فى توزيع القدرة Power distribution (عند الترددات المنخفضة) وفى الإتصالات Communication (عند الترددات العالية).

يتكون خط النقل أساسا من خطين (موصلين) متوازيين أو أكثر يربطان بين المصدر والحمل , المصدر قد يكون مولدا كهربائيا أو ناقلا transmitter أو مهتزا أما الحمل قد يكون مصنعا أو هوائيا أو راسم ذبذبات.

وتتضمن خطوط النقل المثالية الكوابل المحورية Coaxial cables والألواح المتوازية وغيرها.

2-3 معاييـــــــر خط النقل Parameters of the Transmission line

من المناسب أن يوصف خط النقل بعدد من المعايير التى تخص تركيبه مثل الصفات الكهربائية المتمثلة فى المقاومة لوحدة الطول والمحاثثة لوحة الطول Inductance L والمحاثة السعوية لوحدة الطولCapacitance C والتوصيل لوحدة الطول Conductance G هذا بالإضافة الصفات الكهرومغناطيسية الداخلة فى مادته($\sigma_c, \mu_c, \varepsilon_c=\varepsilon_0$) وكذلك الصفات الكهرومغناطيسية للوسط العازل الذى يفصل جزيئيه. ويجب ألا نخلط بين G التوصيل Conductance التى عرفناها فى مقرر الفيزياء والدوائر الكهربائية مقلوبا للمقاومة فهنا $G\neq 1/R$ فى هذه الحالة تعنى التوصيل لوحدة الطول الناتج عن الوسط العازل الذى يفصل بين الموصلين.

لكل خط نقل ترتبط المعايير الكهربائية الخاصة بتصنيع الخط مثل المحاثة Inductance والمحاثة السعوية Capacitance بالخواص الكهرومغناطيسية للوسط الفاصل حسب العلاقة التالية:

$$LC=\varepsilon\mu, \frac{G}{C}=\frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (3\text{-}1)$$

3-3 معادلات خط النقل Transmission line Equations

بعد الحصول على معادلتين تفاضليتين تشبهان المعادلين اللتين تم الحصول عليهما للمجالين الكهربائي والمغناطيسى فى الفصل الثانى , هتان المعادلتان للجهد والتيار كما يلى:-

$$\frac{d^2V}{dz^2} - \gamma^2 V_S = 0 \qquad (3\text{-}2)$$
$$\frac{d^2I}{dz^2} - \gamma^2 I_S = 0$$

وهنا أيضا تعبر γ عن معامل الإنتشار بجزيئيه الحقيقى والتخيلى γ=α +Jβ حيث α معامل التوهين وβ ثابت الطور ويرتبط معامل الإنتشار γ أيضا بكل من المقاومة R لوحدة الطول والمحاثة L لوحدة الطول والمحاثة السعوية Cلوحدة الطول والتردد الزاوى ω بالعلاثة $\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$.

وتعرف المعاوقة المميزة لخط النقل Characteristic impedance بانها النسبة بين الموجة المنتقلة للجهد إلى الموجة المنتقلة للتيا عند أي نقطة يرمز لهاZ_0 وهى تشبه المعاوقة الذاتية ή لوسط إنتشار الموجة :-

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (3-3)$$

والمعياران ثابت الإنتشار والمعاوقة المميزة مهمان فى خواص خط النقل لأنهما يحتويان على السمات الكهربائية وعلى تردد التشغيل , ومقلوب المعاوقة المميزة Z_0 يسمى السماحية المميزة

(Characte ristic admittance) $Y_0=1/Z_0$ بإعتبار أن خط النقل من النوع ذى الفقد lossy حيث الموصل المتكون منه غير تام التوصيل (σ≠∞) وكذلك العازل ذو فقد (σ≠0) وهذه تعتبر الحالة العامة.

حالتان خاصتـــــــــــــــــــان

- خط عديم الفقد lossless المقاومة والتوصيل يساويان صفرا(R=G=0) والذي يجعل الخط عديم الفقد هو أن تكون مادة الموصل تؤول موصليتها الى ما نهاية (σ→∞) وموصلية مادة العازل الذى يفصل الموصلين تؤول إلى الصفر (σ→0) . بالتعويض عن R وGفى (3-2) و(3-3) نحصل على:-

$$\gamma = \alpha + J\beta = 0 + j\omega\sqrt{LC}$$
$$Z_0 = R_0 + jX_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (3\text{-}4)$$

يلاحظ أن معامل التوهين α يساوى صفرا وأن معامل الإنتشار γ يساوى β الموجود فى الجزء التخيلى من المعادلة وفى المعوقة المميزة Z_0 يتلاشى الجزء التخيلى من المعادلة (3-4)

- **خط عديم التشويشDistortion less line**

ما يلفت الإنتباه أن التوهين لا يعتمد على التردد فى الخط عديم التشويش وينحقق وجود خط عديم التشويش إذا توفر الشرط (R/L =G/C) بينما يعتمد ثابت الطور طرديا على التردد, وهكذا تكون معادلة ثابت الإنتشار كالآتي:-

$$\gamma = \sqrt{RG}(1 + j\frac{\omega C}{G}) = \alpha + j\beta, \alpha = \sqrt{RG}, \beta = \omega\sqrt{LC} \quad (5\text{-}3)$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R(1 + j\omega L / R)}{G(1 + j\omega C / G)}} = \sqrt{\frac{R}{G}} = \sqrt{\frac{L}{C}} = R_0 + jX_0$$
$$, R_0 = \sqrt{\frac{R}{G}} = \sqrt{\frac{L}{C}}, X_0 = 0, v = \frac{\omega}{\beta} = \sqrt{\frac{1}{LC}}, f\lambda(6-3)$$

واضح من المعادلة (3-5)أن α لا تعتمد على التردد بينما β تعتمد على التردد كدالة, بالمثل فى المعاوقة

يلاحظ من(3-6) أن السرعة لا تعتمد على التردد لأن ثابت الطور يعتمد خطيا على التردد تكون الإشارات signalsمعرضة للتشويش إذا لم تستقل سرعة الطور وثابت التوهين عن التردد.

كل من Z_0 ,v يبقيان كما فى حالة الخطوط عديمة الفقد, الخط عديم الفقد losslessيكون أيضا عديم التشويش distortion less بينما الخط عديم التشويش ليس بالضرورة أن يكون عديم الفقد,بالرغم من أن الخطوط عديمة الفقد تفضل فى نقل القدرة power فإن خطوط الهواتف تحتاج إلى عدم التشويش.

ويمكن تلخيص ما سبق عن خواص (سمات) خط النقل Transmission line characteristic:

الحالة Case	ثابت الإنتشار propagation constant	المعاوقة المميزة characteristic impedance
العامــــــة general	$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$	$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$
عديم الفقد Lossless	$\gamma = \alpha + J\beta = 0 + j\omega\sqrt{LC}$	$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} + j0$
عديم التش ويش distortion less	$\gamma = \sqrt{RG} + j\omega\sqrt{LC}$	$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} + j0$

أمثلــــــــــــــــــــــة

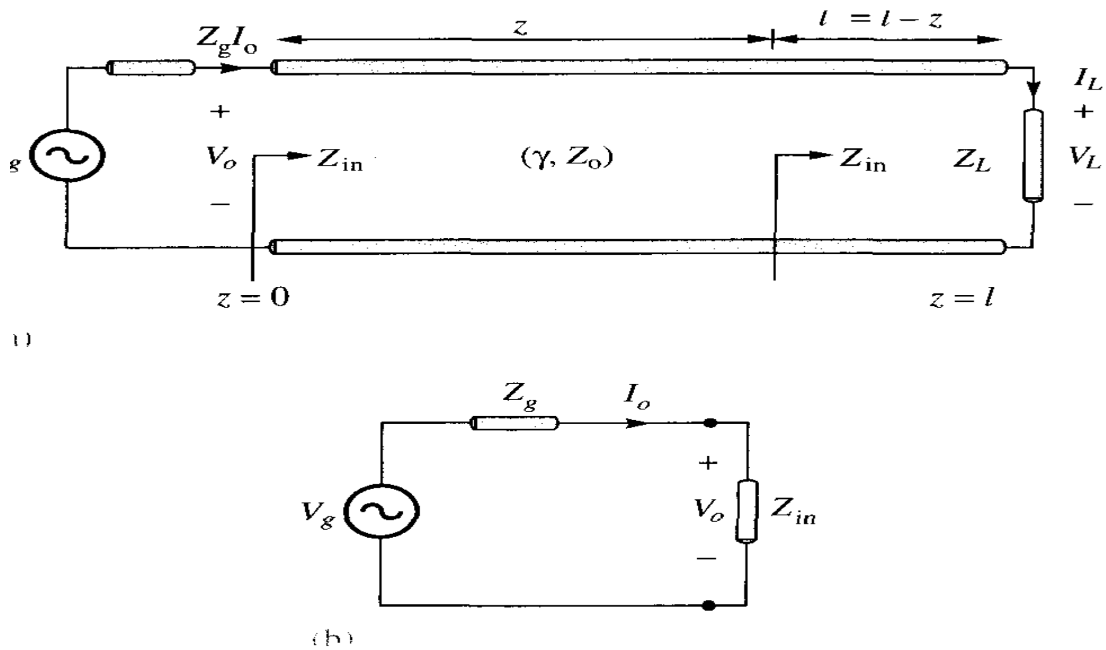
1-خط هوائي air line عديم الفقد معاوقته المميزة 70Ω للمتر وثابت الطور 3rad/m عند تردد 100MHz . إحسب التوصيل والمحاثة السعوية لكل متر G, C .

2- خط نقل عديم التشويش معاوقته المميزة Z_0=60Ω عند سرعة طور v=0.6C)من سرعة الضوء(ومعامل توهين α=20 mNp/m فى الفراغ. عين كل من(R, L, C, G, λ)عند تردد 100MHz

3.- لخط هاتف (R=30Ω/m, L=100m H/km, C=20µf/m,G=0) عند تردد 1kHz عين كلا من)Z₀, γ, v(.

4- خط نقل عند تردد 500MHz ومعاوقته المميزة Z_0=80Ω ومعامل التوهين α=0.04Np/m وثابت الطورβ=1.5rad/m . إحسب كل من)R, L, G, and C(.

3-4 معاوقة الدخل ونسبة الموجة الموقوفة والقدرة Input Impudence, S.W.R and Power



-

شكل (3-1) معاوقة الدخل لخط ينتهى بحمل والدائرة الكهربائية المكافئة

بالنظر فى الشكل (3-1) خط نقل عند أحد طرفيه مولد Generator بمعاوقة مميزة Z_g ومعاوقة مميزة للدخل Z_{in} عند مسافة على الخط z=0 للخط معامل إنتشار γ ومعاوقة مميزة Z_0 , فى نهاية الطرف الآخر حمل load يمتد خط النقل من z=0 إلى z=ι . ولتعيين معاوقة الدخل Input Impedance من خلال تحليل الجهود والتيارات الموجية عند أي نقطة على خط النقل نحصل على:-

$$Z_{in} = \left[\frac{Z_L + Z_0 \tanh \gamma\ell}{Z_0 + Z_L \tanh \gamma\ell} \right] Lossy \quad (7\text{-}3)$$

ولحساب معاوقة الدخل يستبدل طول الخط بطرح المسافة zمنه , فى حالة خط النقل عديم الفقد lossless نضع γ=jβ ويصبح $\tanh j\beta\ell = j \tan \beta\ell$ وتصبح معاوقة الدخل للخط:

$$Z_{in} = \left[\frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta\ell}{Z_0 + jZ_L \tan \beta\ell} \right] Lossless (3-7)$$

وهذا يبين أن معاوقة الدخل تتغير مع طول الخط ι من الحمل . وبتعريف معامل إنعكاس الجهد وهوالنسبةبين موجة الجهد المنعكسة عند الحمل وموجة الجهد الساقطة Voltage reflection coefficient ويتم الحصول عليه من المعادلة:-

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L - Z_0} (3-8)$$

ويتم تعيينه عند أى نقطة من العلاقة $\Gamma(z) = \Gamma_L e^{-\gamma l}$ ومعامل إنعكاس التيار عند أي نقطة على الخط هو إشارة سالبة لمعامل إنعكاس الجهد عندد تلك النقطة وبذلك معامل إنعكاس التيار عند الحمل يساوى Γ-

وبتعريف نسبة الموجة الموقوفة للموجات المستوية standing wave ratio :-

$$S.W.R = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} (3-8)$$

وكل من القيمتين القصوى Maximum والديا Minimum لمعاوقة الدخل تتوقف على المعاوقة المميزة للخط ونسبة الموجة الموقوفة

$$Z_{in} \big|_{Max} = S.W..R \times Z_0$$
$$Z_{in} \big|_{Nin} = \frac{Z_0}{S.W.R} (3-9)$$

ولحساب القدرة التى تنساب فى خط الإتصال وذلك بأخذ القدرة المتوسطة للجهود القصوى الساقطة والمنعكسة :-

$$P_{avg} = \frac{V^2}{2Z_0} (1 - \Gamma^2)(3-10)$$

الجزء الأول من المعادلة (3-10)يعبر عن قدرة السقوط Incidence power والجزء الثانى يعبر عن قدرة الإنعكاس Reflection power حيث قدرة النفاذ Transmission powerتساوى مجموع القدرتين $P_t = P_i + P_r$ ويلاحظ من هذه العلاقة أن القدرة ثابتة ولا تعتمد على طول الخط حيث أن الخط عديم الفقد lossless line ويلاحظ أيضا أن القدرة القصوى maximum power تدفع إلى الحمل delivered to load عندما معامل الإنعكاس يساوى صفرا Γ=0 كما هو متوقع .

والآن بالأخذ فى الإعتبار حالات خاصة مثلا عند توصيل الخط بالحمل $Z_L=0$, $Z_L=\infty$, $Z_L=Z_0$ وهذه الحالات تستنتج من الحالة العامة.

دائرة قصر Shorted line

دائرة القصر للحمل Shorted line يلاحظ أن معاوقة الدخل Z_{in} ذو مفاعلة نقية pure reactance قد تكون سعوية capacitance أوحثية inductance تعتمد على طول الخط.

$$Z_{SC} = Z_{in} \Big|_{ZL=0} = jZ_0 \tan \beta\ell, \Gamma = -1, S.W.R = \infty \quad (3\text{-}11)$$

الدائرة المفتوحـــــــــــــــــــة Open circuited line

تكون الدائرة مفتوحـــــة عندما $Z_L=\infty$ وتصبح مقاومة الدخل فى هذه الحالة :-

$$Z_{OC} = -jZ_0 \cot \beta\ell, \Gamma = 1, S.W.R = \infty (3-12)$$

dيلاحظ من المعادلة (3-11) والمعادلة (3-12) أن $Z_{SC}.Z_{OC}= Z_0^2$.

ربط الخـــــــــط Matched line

تكون هذه الحالة عندما تتساوى المعاوقة المميزة مع معاوقة الدخل للخط وتصبح فى هذه الحالة $Z_{in}=Z_0$ ومعامل الإنعكاس يساوى صفرا ونسبة الموجة الموقوفة تساوى الواحد الصحيح$\Gamma_L=0, S.W.R=1$ تنتقل فى هذه الحالة ولا يوجد إنعكاس وإمكانية إنتقال القدرة القصوى عند ربط الخط بالحمل.

مثال شامـــــــــــــــــــــــــــــــل

خط نقل يشغل بتردد زاوي 10^6rad/s ومعامل توهين $\alpha=8$ d B/m وثابت طور $\beta=1$ rad/m ومعاوقته الذاتية $Z_0 =60 +j40$ إذا تم ربط الخط مع مصدر جهده $V_g=10V$ ومعاوقته الذاتية $Z_g=40\Omega$ وينتهى الخط بحمل $Z_L=20+j50$ وطول الخط 2m عين :-

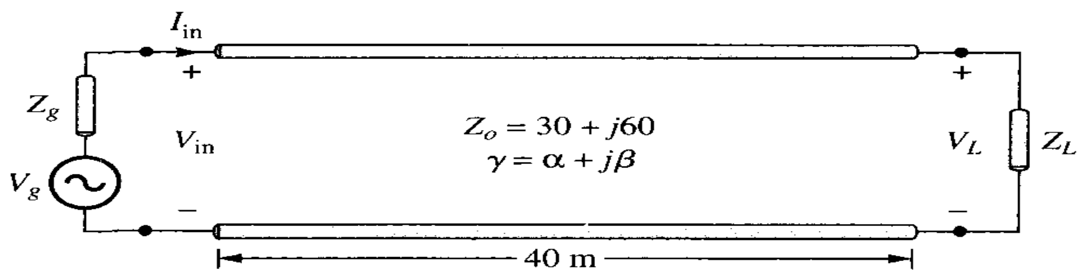
أ) معاوقة الدخل Z_{in} ب) تيار نهاية الإرسال sending end current (I(z=0)) جـ) التيار عند منتصف الخط.

مسائـــــــــــــــــــــــــــــــل

1- خط نقل عديم الفقد lossless يشغل عند تردد 4.5GHz حثه L=24MH/m ومعاوقته الذاتية $Z_0=85\Omega$ ‘حسب ثابت الطور β و سرعة الطور v .

2- خط نقل ذو فقد lossy معامل إنتشاره $\gamma=0.02+j0.05$ ومعاوقته المميزة $Z_0=400-j150$ ينتهى بحمل $Z_L=300+h250$. إحسب معاوقة الدخل Z_{in} عند كل من 2m, 10m من موضع الحمل

3- خط نقل طوله 40m وكل من جهد المصدر من المولد – والمعاوقة الذاتية- الجهد على الحمل كما موضح داخل القوس من اليسار إلى اليمين $(V_g=15\angle 0, Z_0=30+j60, V_L=5\angle -48)$ فإذا تم ربط الخط بالحمل . إحسب :- معاوقة الدخل Z_{In} – تيارالإرسال I_{in} والجهد V_{in} – ثابت الإنتشارγ.



شكل (3-2) مسألة رقم 3

مسائـــــــــــــــــــــــــل الفصل TUTORIAL

1-موجة كهرومغناطيسية E.M انتشر فى وسط ما بالشكل الموجى لمركبة المجال الكهربائي $E=25\sin(2\pi\times 10^6 t-6x)k$ V/m :- أ) عين إتجاه الموجة ب)احسب الزمن الدورى-الطول الموجى –السرعة

2- وسط عازل ذو فقد loss تنتشر خلاله موجة بتردد 50MHz وللوسط الخواص الكهرومغناطيسية التالية

$(\varepsilon=3.6\varepsilon_0, \mu=2.1\mu_0, \sigma=0.085$ S/m$)$, $E=6e^{-\gamma x}k$ إحسب $(\gamma, \lambda, v, \eta, H)$.

3-مادة ذات فقد نفاذيتها المغناطيسية $50\mu_0$ وسماحيتها الكهربائية $\varepsilon=2\varepsilon_0$ إذا كان عند تردد 5MHz ثاب لبطور 100rad/m إحسب :- ظل الفقد –موصلية المادة σ –ثابت التوهين α – المعاوقة الذاتية η .

4-يلعب ماء البحر دورا هاما فى الإتصالات البحرية بفرض أن لماء البحر الخواص $(\varepsilon_r=80, \mu_r=1, \sigma=4S/m)$ فإذا كان تردد موجة الإتصالات خلال هذا الوسط 100MHz إحسب :- سرعة الطور – الطول الموجى – عمق القشرة skin depth .

5- فى وسط ما $\mu=\mu_0, \varepsilon=4\varepsilon_0$ موجة مركبة المجال المغناطيسى خلال الوسط $H=12e^{-0.1y}\sin(\pi\times 10^8 t-\beta x)i$.

إحسب :_ الزمن الدورى –الطول الموجى – المجال الكهربائي E الفرق فى الطور بين المجالين E. H .

6- موجة مجال كهربائى $E=16e^{-0.1y}\sin(\pi\times10^8t-2x)k$ تنتقل خلال وسط .إحسب ثابت الإنتشار γ –الطول الموجى λ –سرعة الموجة – عمق القشرة δ.

7-المجال المغناطيسى لموجة E.M تنتشر فى وسط غير مغناطيسى $(\mu=\mu_0)$ وشكله الموجى $H=25\sin(2\times10^8t-6x)j\,mA/m$ عين :- إتجاه إنتشار الموجة-سماحية الوسط ε – شدة المجال الكهربائى E .

8-مركبة المجال المغناطيسى فى وسط عازل عديم الفقد Lossless شكلها الموجى $H=10\sin(2\pi\times10^8t-5x)k$

1) إذا كانت $\mu_r=1$ احسب ε_r

2) عين إستقطاب polarization الموجة

3) احسب طول الموجة وسرعتها

4)عين المجال الكهربائى المقابل للمجال H

احسب كثافة تيار الإزاحة J_d